24. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (1.април 2017)

IV РАЗРЕД

1. Уски сноп моноенергетских електрона, убрзаних (из мировања) у електричном пољу, пада на површину кристала алуминијума. Угао између снопа и дате површине је 30°, а константа кристалне решетке је $0{,}2nm$. Када су електрони убрзани напоном U, при рефлексији се добија дифракциони максимум. Одреди тај напон, ако се зна да се сљедећи дифракциони максимум добија када се електрони убрзају напоном $2{,}25U$.

2. Радиоактивни изотоп магнезијума ^{27}Mg производи се константном брзином од $5\cdot10^{10}$ језгара у секунди. Израчунати колико језгара магнезијума ће бити у препарату након времена:

а) једнаког периоду полураспада магнезијума $(T = 8{,}5\min)$;

б) много дужег од периода полураспада.

3. На растојању од $1{,}5\cdot10^8 km$ од центра Сунца налази се усамљена куглица (у вакууму). Сматрајући да Сунце зрачи као апсолутно црно тијело, а куглица има особине сивог тијела, одредити температуру куглице сматрајући да је она у свим тачкама иста. $(R_S = 6{,}95\cdot10^8 m, T_S = 5800K)$

4. У једнослојном калему коеифицијента самоиндукције L протиче струја јачине I. Колика количина наелектрисања се индукује у калему при његовом искључењу ако му је дужина l. Калем је направљен од жице пречника d и специфичног отпора ρ?

5. Сателит је лансиран са екватора и креће се по кружној путањи у равни екватора у смјеру обртања Земље. Наћи однос полупречника орбите сателита и полупречника Земље, ако се сателит на сваких 48 h појављује над тачком из које је лансиран. Полупречник Земље је 6370 km а гравитационо убрзање на површини Земље 9,81 m/s^2.

$h = 6{,}62\cdot10^{-34} Js$

$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31} kg$

$e = 1{,}6\cdot10^{-19} C$

$k = 1{,}38\cdot10^{-23} J/K$

$N_A = 6{,}02\cdot10^{23} mol^{-1}$

Задатке припремила: Вера Елез, проф.
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. Импулс електрона убрзаног напоном U износи $p=\sqrt{2m_e eU}$. Из

$2d\sin 30^\circ = z\lambda = z\dfrac{h}{\sqrt{2m_e eU}}$ и $2d\sin 30^\circ = (z+1)\dfrac{h}{\sqrt{2m_e e\cdot 2{,}25U}}$ слиједи: $z^2=\dfrac{(z+1)^2}{2{,}25}$, тј.

$9z^2=4(z+1)^2 \Rightarrow z=2$. Тражени напон је: $U=\dfrac{z^2h^2}{2m_e e(2d\sin 30^\circ)^2}=\dfrac{2h^2}{m_e ed^2}$, или након замјене бројних вредности: $U=149{,}6V$.

2. Означимо са q брзину којом се производи радиоактивни изотоп $\left(q=5\cdot 10^{10}s^{-1}\right)$. Тада диференцијална једначина за промјену броја језгара има облик: $dN=qdt-\lambda Ndt$, тј. $dN=(q-\lambda N)dt$. Раздвајањем променљивих и интеграцијом слиједи : $\dfrac{dN}{q-\lambda N}=dt$; $\displaystyle\int\frac{dN}{q-\lambda N}=\int dt$. Смјеном $q-\lambda N=x$ у првом интегралу добија се: $\displaystyle\frac{-1}{\lambda}\int\frac{dx}{x}=\int dt$; $\ln x=-\lambda t+\ln C$, тј. $\ln(q-\lambda N)=-\lambda t+\ln C$. У почетном тренутку у препарату није било језгра магнезијума (за *t=0* је *N=0*), па слиједи: $\ln q=\ln C$, тј. $C=q$.

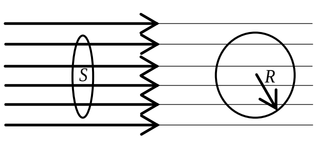
Дакле: $\ln(q-\lambda N)=-\lambda t+\ln q$, $\ln\dfrac{q-\lambda N}{q}=-\lambda t\Rightarrow 1-\dfrac{\lambda N}{q}=e^{-\lambda t}$. Према томе, закон по којем се мијења број радиоактивних језгара у овом случају има облик: $N=\dfrac{q}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$.

а) За $t=T$: $N=\dfrac{qT}{\ln 2}\left(1-e^{-\ln 2}\right)=\dfrac{qT}{2\ln 2}=1{,}84\cdot 10^{13}$.

б) Ако је $t>>T$, онда $e^{-\lambda t}\to 0$, па слиједи: $N=\dfrac{qT}{\ln 2}=3{,}7\cdot 10^{13}$.

3. Снага сунчевог зрачења може се одредити из емисионе моћи: $E=\dfrac{P_s}{4\pi R_s^2}=\sigma T_s^4$, па је $P_s=4\pi R_s^2\sigma T_s^4$. То зрачење се равномјерно емитује у свим правцима па је на растојању r (на којем се налази куглица) интензитет зрачења $I=\dfrac{P_s}{4\pi r^2}$. Будући да је то растојање много веће од димензија куглице, може се сматрати да је, у односу на куглицу, извор зрачења у бесконачности, тј. на куглицу пада паралелан сноп зрака (слика). На куглицу ће пасти сво зрачење које прође кроз површину круга S полупречника једнаког полупречнику куглице. Дакле, енергија која је у јединици времена падне на куглицу је: $P=IS$, тј. $P=\dfrac{P_s}{4\pi r^2}\pi R^2=\dfrac{P_sR^2}{4r^2}$, односно $P=\dfrac{\pi R_s^2\sigma T_s^4R^2}{r^2}$. Ако је емисиона способност куглице a, куглица у јединици времена апсорбује енергију: $P_{aps}=a\dfrac{\pi R_s^2\sigma T_s^4R^2}{r^2}$. Ако је T температура куглице, емитована енергија у јединици времена је $P_{em}=a\sigma T^4S=a\sigma T^4 4\pi R^2$.

Из $P_{aps}=P_{em}$ се добија: $T=T_s\sqrt{\dfrac{R_s}{2r}}$, или коначно: $T=280K$



4. Према Фарадејевом закону ЕМ индукције $\varepsilon = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ или $IR = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, тј. $I\Delta t = L\dfrac{\Delta I}{R}$,

коначно $\Delta q = L\dfrac{\Delta I}{R}$. Са друге стране је $L = \dfrac{\mu_0 N^2 S}{l}$ (1) па је $\Delta q = \dfrac{\dfrac{\mu_0 N^2 r^2 \pi}{l} I}{\rho\dfrac{N2r\pi}{S_ž}}$, односно

$\Delta q = \dfrac{\mu_0 NrIS_ž}{2\rho l}$ (2). Из (1) налазимо $N = \sqrt{\dfrac{Ll}{\mu_0 r^2 \pi}}$ које замјењујемо у (2) $\Delta q = \dfrac{\mu_0\sqrt{\dfrac{Ll}{\mu_0 r^2\pi}}rIS_ž}{2\rho l}$,

односно $\Delta q = \dfrac{IS_ž}{2\rho}\sqrt{\dfrac{\mu_0{}^2 Ll}{\mu_0 \pi l^2}}$, тј. $\Delta q = \dfrac{IS_ž}{2\rho}\sqrt{\dfrac{\mu_0 L}{\pi l}}$ или $\Delta q = \dfrac{I\dfrac{d^2\pi}{4}}{2\rho}\sqrt{\dfrac{\mu_0 L}{\pi l}}$,

коначно: $\Delta q = \dfrac{Id^2}{8\rho}\sqrt{\dfrac{\pi\mu_0 L}{l}}$.

5. Према услову задатка период ротације сателита, у односу на Земљу је $T' = 48h = 2T_0$ гдје је T_0 период ротације Земље око своје осе. Постоје два случаја: 1) када сателит ротира брже од Земље и 2) кад је ротација сателита спорија од ротације Земље.

1) Ако сателит ротира брже од Земље угаона брзина сателита у односу на Земљу је $\omega' = \omega_1 - \omega_0$, гдје су ω_1 и ω_0 угаоне брзине сателита и Земље у односу на неку непокретну далеку звијезду. Имамо да је $\omega_1 = \omega' + \omega_0 \Rightarrow \omega_1 = \dfrac{2\pi}{T} + \dfrac{2\pi}{T_0}$, тј. $\omega_1 = \dfrac{3\pi}{T_0}$. За период ротације сателита важи: $ma_n = \gamma\dfrac{Mm}{r^2}$ одакле је $r\omega_1^2 = \gamma\dfrac{M}{r^2}$. Даље можемо писати $r^3\dfrac{9\pi^2}{T_0^2} = \gamma M = gR^2$ или $\left(\dfrac{r}{R}\right)^3 = \dfrac{gT_0^2}{9\pi^2 R}$ односно $\dfrac{r}{R} = \sqrt[3]{\dfrac{gT_0^2}{9\pi^2 R}}$. Замјеном задатих вриједности коначно добијамо $\dfrac{r}{R} = 5$. У случају да је угаона брзина ротације Земље већа од угаоне брзине сателита имамо $\omega' = \omega_0 - \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \dfrac{2\pi}{T_0} - \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{T_0}$. Аналогно претходном поступку налазимо тражени однос као $\dfrac{r}{R} = \sqrt[3]{\dfrac{gT_0^2}{\pi^2 R}}$, односно $\dfrac{r}{R} = 10{,}5$.